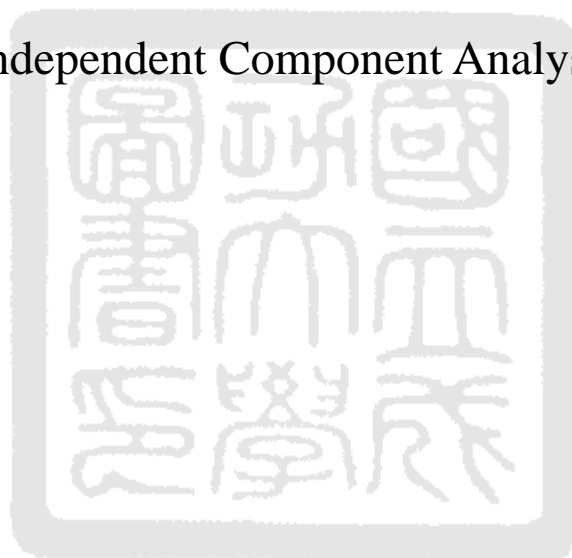


國立成功大學
資訊工程學系
碩士論文

利用獨立成分分析法在區域特徵上的人臉辨識

Face Recognition by Local Features Using

Independent Component Analysis



研究生：陳建州

指導教授：連震杰

中華民國九十三年六月

Face Recognition by Local Features Using
Independent Component Analysis

By

Chien-Chou Chen

A thesis submitted to Graduate Division in partial
fulfillment of the requirements for the degree of

**MASTER OF SCIENCE IN COMPUTER
SCIENCE**

AND INFORMATION ENGINEERING

NATIONAL CHENG KUNG UNIVERSITY

TAINAN, TAIWAN, R.O.C

June 14, 2004

Approved by

Jan-Jui Liu
Jan-Chou Chen

Ching-Fang Hsu
Pi-Fuei Hsieh

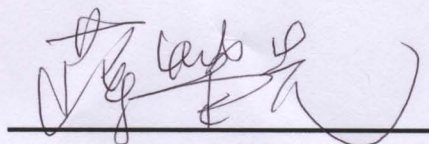
國立成功大學
碩士論文

利用獨立成分分析法在區域特徵上的
人臉辨識

Face Recognition by Local Features Using
Independent Component Analysis

研究生：陳建州

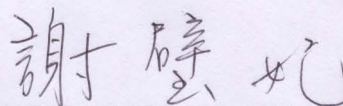
本論文業經審查及口試合格特此證明
論文考試委員



許靜芳



連震杰



指導教授：連震杰

系(所)主管：朱治平

中華民國 九十三年 六月 十四 日

利用獨立成分分析法在區域特徵上的人臉辨識

作者：陳建州 指導教授：連震杰

國立成功大學資訊工程學系

摘要

本篇論文提出一個新方法來辨識人臉，由於在人臉辨識研究當中，比較難以克服的問題是人臉影像變化太急劇，這樣的問題在一般的辨識方法上都不會有太高的辨識率，因此本篇論文即是在克服這樣的問題。針對這樣的問題，在資料的輸入上就必須改變方法，一般都是利用整張人臉來做分析，但是光線及角度變化在整張人臉上的影響甚巨，所以在此篇論文中，資料的輸入必須加以考慮，因此在本篇論文中利用人臉的重要特徵區域來代替整張人臉。至於分析的方法則是利用獨立成分分析法，這個方法的好處是可以有效克服人臉在光線及角度變化下的辨識，除了主要的獨立成分分析方法之外，另外也加入主成分分析的應用當成獨立成分分析的前處理，而最後的相似度計算也提出了新的計算方式，因而成就了這樣的一個辨識方法。至於實驗中的訓練影像與測試影像資料庫，更利用了一般國際上研究所公認的 FERET 人臉資料庫與實驗室的人臉資料，在這樣的方法之下，實驗的結果也如預期得到不錯的辨識率。

誌謝

經過了兩年的研究生涯，終於順利畢業，首先要先感謝我的指導教授連震杰老師，兩年來對我的細心指導與鼓勵，使我在研究所求學期間，能夠在電腦視覺的專業領域不斷的學習以及持續進步。除了專業知識之外，對於研究學問應有的方法跟精神，更是令我受益匪淺。另外還有系上其他老師的課程指導也讓我在資訊領域上獲得更專業的知識。

而本論文之所以能夠如期完成，要感謝的人真是太多了，除了前面所提到的連老師之外，實驗室的同學以及學弟妹在各方面的協助，讓我覺得研究的路並不孤單，所以在此要說聲謝謝你們。

最後更要感謝我的父母對我的栽培，讓我可以無負擔的專心研究課業，也謝謝他們這一路的支持與鼓勵。

陳建州 于 成大資訊工程所

2004 年 6 月

目錄

第一章 序論	1
1.1 研究動機	1
1.2 人臉辨識的系統流程	2
1.2.1 訓練流程	2
1.2.2 測試流程	3
1.3 相關研究	4
1.4 論文架構	6
第二章 區域特徵上的獨立成分分析	7
2.1 摘要	7
2.2 主成分分析的應用	7
2.3 二次主成分分析的應用	10
2.4 獨立成分分析的表示法	12
2.5 加入區域特徵擷取	16
2.6 整合方式	18
2.7 相似度計量(Similarity Measure)	19
第三章 實驗設計與結果分析	21
3.1 軟硬體設備	21

3.2 資料庫.....	21
3.3 實驗流程.....	22
3.3.1 人臉圖像正規化.....	22
3.3.2 區域特徵擷取.....	24
3.3.3 訓練過程.....	25
3.3.4 測試過程.....	27
3.4 實驗結果.....	28
第四章結論.....	29
參考文獻.....	30

圖目錄

圖一	人臉辨識系統流程	2
圖二	訓練流程	3
圖三	測試流程	3
圖四	影像正規化	7
圖五	正規化影像集合	8
圖六	平均影像(Mean Face)	8
圖七	前五個 Eigenvectors	8
圖八	原始正規影像(上)與重建影像(下)	9
圖九	剩餘影像	11
圖十	基底影像	14
圖十一	FERET 人臉資料庫(a)光線變化 (b)角度變化	21
圖十二	實驗系統流程圖	22
圖十三	經過 Affine Transform 的圖像	23
圖十四	加上 Mask 的影像	23
圖十五	對人臉區域做色階均化	24
圖十六	臉部區域特徵分割	25
圖十七	各區域特徵集合所求出的前 3 個 Eigenvectors	25
圖十八	各區域特徵集合的重建影像	26
圖十九	ICA 所求得各區域特徵集合的 3 個獨立基底	27

表目錄

表一	實驗用資料庫	21
表二	區域特徵的大小	24
表三	α 個數列表	26
表四	ICA 與其他方法用於區域特徵的測試正確率比較	28

第一章 序論

1.1 研究動機

由於最近幾年的身分認證、金融安全系統以及反恐監控等需求日益增加，原先的傳統識別方法例如密碼、身分證及護照均無法有效的防止偽造，因而產生安全上的一大漏洞，因此利用生理特徵作為識別的方法便日益重要，也有其存在的必要性，再加上現今的電腦日新月異，運算速度不斷增加，應運而生的辨識方法便有很多種，而目前較為大家所熟知的辨識技術即包括指紋、聲紋、眼球虹膜、與人臉辨識等方法。在這些方法當中，人臉影像辨識只需要低價的攝影機，並不需要運用特殊設備的辨識方法，也不需要繁雜的設定，再加上其應用範圍相當廣泛包括場所的進出管制、安全加密及身分確認等，因此在實用性上，比其他方法更具便利性，這也就是為什麼人臉辨識的研究是一個蠻熱門的學問。

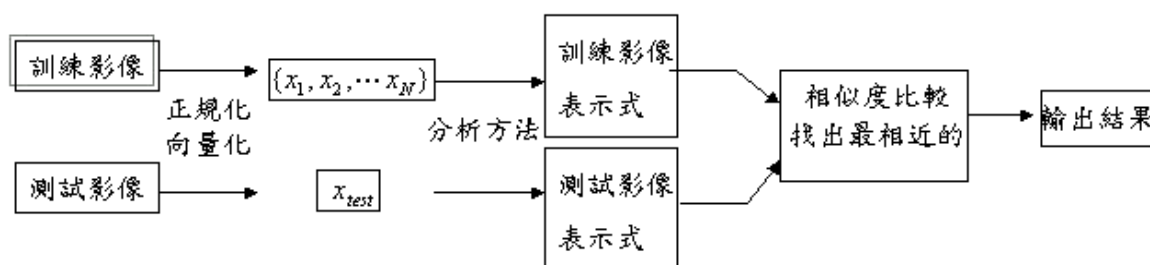
而完整的人臉辨識系統除了人臉辨識方法之外，還包含了人臉偵測 (Face Detection)這一主要步驟，因為所有的影像都是必須由輸入裝置輸入至電腦，而人臉偵測就是針對攝影機所攝入的影像或者是靜態的照片做分析而擷取出人臉的部分，最後再將偵測到的人臉送至人臉辨識系統做資料庫的比對，以辨識出這個人臉所對應的身份。而本論文最主要是在討論人臉辨識方法的改進方式，所以並不加以討論人臉偵測的部分，所有的影像都是已經確定為人臉，並不需要再進行偵測的動作，因此本篇論文之後所提到的人臉辨識系統即只有單指人臉辨識方法此部份而已。

雖然人臉辨識系統是一個便利且具潛力的一個安全系統的應用，但是由電腦來做人臉辨識卻不是一件簡單的工作，其主要在於真實的人臉形成影像時的背景、人臉大小、人臉姿勢(角度)與光線等因素存在著很大的變

異性，造成了辨識上的一大困難，因此如何找出有效的辨識方法，一直是國內外相關學者所努力的目標，本篇論文也是致力於找出一種較佳的辨識方法，以增加電腦辨識人臉的正確率。

1.2 人臉辨識的系統流程

人臉辨識系統主要分成訓練(Training)與測試(Testing)兩大部分，而且多以灰階影像為基礎影像。

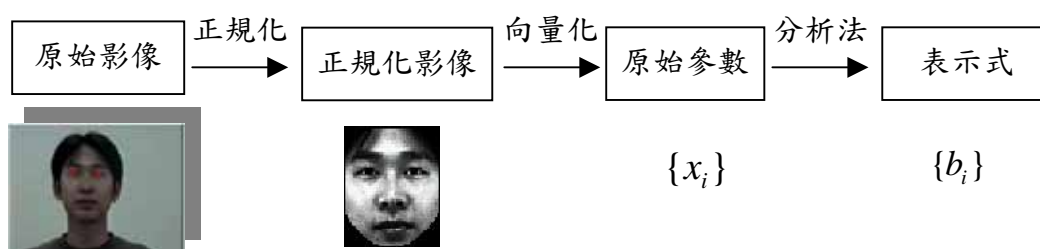


圖一 人臉辨識系統流程

1.2.1 訓練流程

在訓練的過程如圖二所示，一般都是先將影像中的人臉部分擷取出來，利用實驗者自己所訂定的正規化模式，例如(Affine Transform，加上 Mask，色調均化(Histogram Equalization)等方法)，將這群影像的人臉部分，轉換成實驗者所要訓練的圖片大小，而且此時人臉的位置是放置在圖片的正中央，並且去除掉我們所不要的雜訊，所以每一張同樣大小的圖片都各自代表著資料庫內的一個人，最後再利用各種辨識的方法，將全部已經正規化的人臉圖片各自轉換或求出實驗者所需要的辨識法表示式，而這些所有的訓練影像經由訓練過程所轉換而來

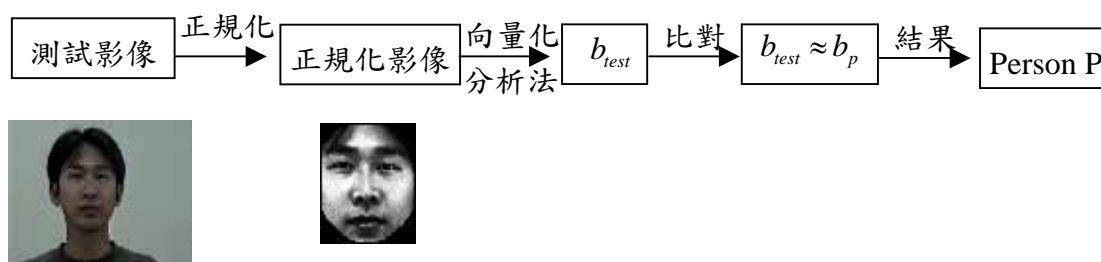
的表示式，便形成了我們可以利用電腦來作為比對人臉的資料庫。



圖二 訓練流程

1.2.2 測試流程

在測試的過程如圖三所示，必須考慮影像的輸入方式，一般都是從普通的攝影機、數位照相機、V8 影像轉錄或是照片掃描輸入這四種方式而得來，在此我們便必須利用人臉偵測的方式先將人臉圖像擷取出來，而接下來的人臉影像正規化以及求得測試影像表示式的方法與訓練流程是相同的，最後再到資料庫內找出與測試影像表示式最相近的資料，而這個最相近的表示式所對應的人臉資料，就是實驗所辨認出來的結果。



圖三 測試流程

1.3 相關研究

大部分的人臉辨識都是根著於主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)的架構，而 Matthew Turk[19]則是首先提出 Eigenfaces，然後將他用於人臉辨識上，他的主要方法是將原本很高維度的影像，利用主成分分析求出互相垂直的主要成分，他可以讓輸入的資料投影到主軸上變異會是最大的，再將這些投影到前幾個主成分的代表式由原來高的維度降到低的維度，而且利用這低維度的代表式來辨識人臉，除了可以辨識人臉之外，另一個重要的特性就是可以將這低維度的代表式重建回原影像，因此主成分分析是一種十分方便且有用的方法，但是主成分分析對某些條件下的人臉辨識仍然沒有很高的辨識率，所以有很多人臉辨識的方法都是根著於主成分分析而加以修改，雖然本篇論文的主題不是利用主成分分析的架構來辨識人臉，但是也仍然必須用到主成分分析的一些應用方法，所以足見其重要性。

根著於主成分分析的人臉辨識方法有很多種，其中[14]則修改了主成分分析的方法提出二次主成分分析(2nd-order PCA)，他先利用主成分分析的主要成分重建出影像，再將原始影像與重建的影像做相減，而得到兩個影像的差 $\Delta x_i = x_i - \hat{x}_i$ ，稱之為剩餘的人臉影像(Residual Face Images)，再利用主成分分析對這剩餘的人臉影像做處理，而得到一組代表式，利用前次主成分分析的代表式與後一次的代表式混合辨識，發現比只用主成分分析特徵代表式的方法來的好。而這樣對剩餘的影像再做一次主成分分析的過程，我們稱之為二次主成分分析，至於原先的主成分分析則相對於二次主成分分析稱之為一次主成分分析(1st-order PCA) [14]。由於在某一些條件之下，主成分分析的主軸並不能完全表示人臉，例如在光線的條件之

下，前幾個變異比較大(對應於前幾個比較大的 Eigenvalue)的主軸表現出來的是光線卻不是人臉，因此在類似此種狀況下，要得到較佳的人臉辨識結果，那就必須將表示光線的資訊給去除掉，所以二次主成分分析的作用即是在這種條件狀況下拿來辨識人臉會比原先只有利用主成分分析的辨識率來的好。

M. S. Bartlett[1]則是利用獨立成分分析(Independent Component Analysis, ICA)的觀念來辨識人臉，因為大部分的分析法例如主成分分析、LDA(Linear Discriminant Analysis)[9]等方法都是只有考慮到人臉資料的二次統計(second-order statistics)，而更高次的統計(high-order statistics)尚包含了人臉的一些資訊，這些資訊是二次統計資料所沒辦法呈現出來的，因此她提出了兩種獨立成分分析的表示式，而這兩種表示式都是先以主成分分析為前處理，再分別對其主成分以及資料所投影到主軸上的表示式進行分析，因此他可以得到兩組獨立成分分析的表示式，一是原本互不相關(uncorrelated)的主軸轉換成互相獨立的基底，再重新利用主成分分析影像重建的式子導出表示式，而另外一個表示式的求得則是將原先主成分分析的表示式轉換成為獨立的表示式，而她就是利用這兩種表示式所做的實驗其結果都優於主成分分析，但是她的資料主要是針對人臉在不同角度或光線改變下的資料進行分析，其辨識率才優於 PCA。而他也分析提到因為光線以及角度變化，會使得資料形成非高斯的資料，這樣的資料可以讓獨立成分分析得到比較好的結果。

利用構成要素(component)的方法來辨識人臉的方式源自於傳統刑事辦案，警察在找出嫌犯時會利用這些人臉的構成要素例如眼睛、鼻子及嘴巴等，拼湊成一張正面的人臉，以利被害人來確認是否是這樣的人臉，而 B. Heisele [10]則利用了這樣的觀念，他認為整張人臉在辨識時由於角度跟

光線的變化，導致同樣一張人臉在電腦的表示上卻是急劇的不一樣，然而人臉的小區域構成要素雖然也會受到這些因素影響，但其所受的影響並沒有整張人臉來的那麼急劇，所以他將人臉的特徵分成 14 個互相有交集的構成要素，而通常我們也稱這構成要素為區域特徵(Local Feature)，如果人臉辨識的圖像資料由整張人臉變成區域特徵影像，不只資料維度可以變小，處理的速度也可以加快，而在辨識率方面更是比只用整張人臉的分析來的佳。

1.4 論文架構

本論文共分為四個章節，各章節內容安排如下：

第二章將探討本論文主要的系統方法，包含了主成分分析、二次主成分分析在此篇論文的應用，以及獨立成分分析的表示式如何求得，最後再結合區域特徵的應用。而相似度測量則是說明由系統方法所求出的測試與訓練影像表示式，利用什麼樣的方法來比較之間的相似度，藉以求出辨識結果。

第三章則為實驗的流程及結果，在此章節將介紹本論文中的系統流程，並且引以實際的數據加以說明，而資料庫方面除了採用人臉辨識研究常用的 FERET 資料庫之外，也收集了由攝影機所收集來的實驗室人臉資料庫來做實驗，最後將辨識結果與其他相關方法加以比較。

第四章則為結論，除了對論文的研究做一個總結外，也說明可以繼續改進的地方。

第二章 區域特徵上的獨立成分分析

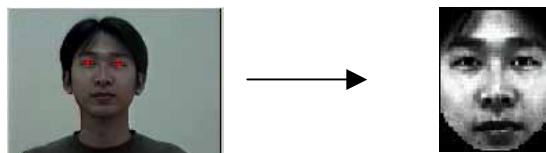
2.1 摘要

本篇論文的人臉辨識系統應用了以下這幾種方法：主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)、二次主成分分析(2nd-order Principal Component Analysis, 2nd -order PCA)、獨立成分分析(Independent Component Analysis, ICA)以及區域特徵擷取(Local Feature Selection)這些方法，整合成了區域特徵上的獨立成分分析，最後再說明如何做相似度的測量(Similarity Measure)，以下便針對此辨識系統的方法加以分析：

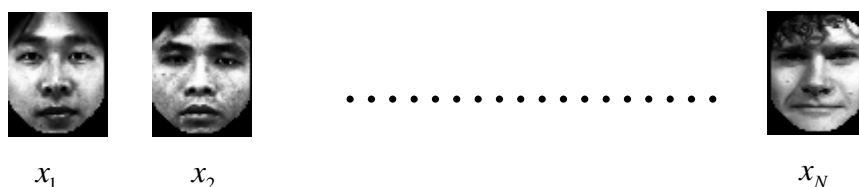
2.2 主成分分析的應用

主成分分析(PCA)在此篇論文中最主要的應用是用在降低維度以及擷取出人臉特徵這兩項功能，以下我們就針對 PCA 在這篇論文中如何應用做進一步的說明：

在訓練的過程中，假設原來有 N 張訓練的人臉影像，將其正規化如圖四，成為我們實驗所要的正規圖像大小 M ，先假設 $N < M$ ，由於圖像是灰階的影像，所以我們將正規影像的像素接著像素(Pixel by Pixel)的方式，從左至右再從上而下放置成一個直式向量(Column Vector)，因此每個向量的維度都是 M ，最後得到所有的原始參數 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 如圖五所示。



圖四 影像正規化



圖五 正規化影像集合

我們先令這群資料的平均向量(Mean Vector) \bar{x} ，其就如圖六所示，

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (1)$$

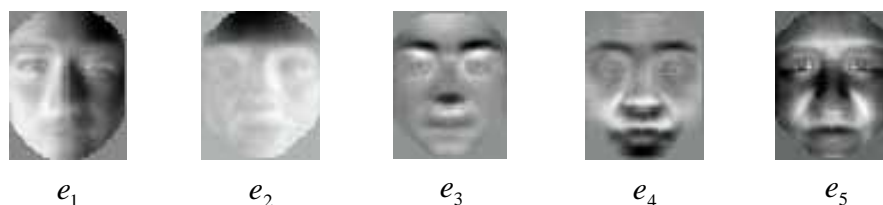


圖六 平均影像(Mean Face)

再令這群資料的共變異數矩陣(Covariance Matrix) C

$$C = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^t, \quad (2)$$

，對 C 做正交對角化，根據 Eigenvalue 由大至小，將所對應的 Eigenvectors 重新排列，最後得到非零的 Eigenvalue $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ ，及相對應的 Eigenvectors $e = \{e_1, e_2, \dots, e_N\}$ 如圖七所示。



圖七 前五個 Eigenvectors

由於前幾個 Eigenvectors 即包含了絕大部分的這群資料的資訊，因此只有取前 K ($K \ll N < M$) 個 Eigenvectors 放入一個矩陣 P 中，型如 $P = [e_1 e_2 \cdots e_K]$ ，這 K 個 Eigenvectors 成為互相垂直(orthonormal)的主軸 (Principal Axes)，可以讓原始參數投影到這些主軸後的變異是最大的，因此 P 即為我們利用 PCA 所求得的 PCA 轉換矩陣，也是我們要的 Eigen Space，此時 PCA 可以利用

$$b_i = P^T (x_i - \bar{x}), \quad (3)$$

where $i=1 \sim N$ ，將原始參數投影到由 P 所組成的 Eigen Space 中，各自產生一組新的表示式 b_i ，我們稱為 PCA 的表示式，由於原始參數 x_i 維度是 M ，而新求得的 PCA 表示式 b_i 的維度是 K ， K 遠小於 M ，這就是 PCA 可以降低原資料維度的作用。

除此之外，PCA 的另一個重要特性就是可以擷取出人臉特徵，我們不難發現雖然經由轉換後的表示式維度 (K) 遠小於原始參數的維度 (M)，但是若經由下面式子：

$$\hat{x}_i = P b_i + \bar{x}, \quad (4)$$

where $i=1 \sim N$ ，可以發現 $x_i \approx \hat{x}_i$ ，如圖八所示上下的兩個影像很接近。



圖八 原始正規影像(上)與重建影像(下)

因此也就是說我們所捨棄不用的 Eigenvectors 所佔的原始影像成分並不多，只要取前 K 個相對應於最大 Eigenvalue 的 Eigenvectors 保留下來，就足以代表原始的影像，從這個特性與式(4)也不難發現 PCA 其實另外也可以拿來作影像重建(Reconstruction)的工作，因其重建出來的影像跟原始影像是差不多的。所以除了可以降低維度之外，所保留的 Eigenvectors 尚包含足夠可供辨識的資訊，因此也可以擷取出人臉特徵。

上面所述是訓練的過程，而當我們要測試時，測試的影像也必須經過正規化轉成我們所要的圖像 x_{test} ，接著利用下面的式子：

$$b_{test} = P^T (x_{test} - \bar{x}), \quad (5)$$

投影到 PCA 的 Eigen Space 得到我們所要測試的 PCA 表示式 b_{test} 。至於最後步驟，要找出測試的影像 x_{test} 與資料庫中哪一個影像 x_i 比較相近時，則是利用 PCA 表示式的距離測量(Distance Measure)方式：

$$D_{PCA}(x_{test}, x_i) = \|b_{test} - b_i\|, \quad (6)$$

where $i=1 \sim N$ ，從之前訓練的 PCA 表示式中找出與測試的 PCA 表示式距離最短的表示式，此表示式相對應的原始影像即是我們所辨認的結果。

2.3 二次主成分分析的應用

人臉影像經由 PCA 的訓練過程，最後可以得到 PCA 表示式，若將這些表示式經由式(4)的轉換可以重建出跟原圖像相似的圖像。但是利用前 K 個 Eigenvectors 重建出來的圖像跟原來的圖像還是有些許的不一樣，因此我們利用原來的影像與重建的影像做相減，而得到兩個影像的差

$\Delta x_i = x_i - \hat{x}_i$ ，稱之為剩餘的人臉影像(Residual Face Images)，如圖九所示。



圖九 剩餘影像

[14]認為剩餘的人臉影像尚包含原有影像的某些資訊，所以可以再加以利用。而本論文中 2nd-order PCA 的做法也是對這些剩餘的人臉影像 $\{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_N\}$ 再做一次 PCA。但我們認為不應該完全的扣掉前 K 個 Eigenvectors 重建出來的影像，因為若扣掉這些資訊，將會失去絕大部分的人臉資訊，所以應該只能扣除掉比較屬於變化大的前 α 個 ($\alpha < K$) Eigenvectors 所重建的影像，也就是光影及角度變化的那些 Eigenvectors，因此在本篇論文的實作中提出兩種訂定 α 值的方法：一是取固定的個數 α ，另一是取固定的 variance 所對應的 α 個數。

不管 α 的值是多少，本論文的 2nd-order PCA 步驟內，同樣也是先將原始的正規化影像減去 α 個 Eigenvectors 所重建的影像，再對這剩餘的影像做 PCA，而得到另一組 Eigenvalue $\lambda' = \{\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_M\}$ 及所相對應的 Eigenvectors $e' = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_M\}$ ，此時取前 K' ($K' \ll M$) 個 Eigenvectors 放入 $P' = [e'_1 e'_2 \dots e'_{K'}]$ 中，則這 K' 個 Eigenvectors 也是互相垂直的主軸 (Principal Axes)，也就是剩餘的人臉影像的 Eigen Space，此時利用

$$b'_i = (P')^T (\Delta x_i - \overline{\Delta x}), \quad (7)$$

where $i = 1 \sim N$ ，將剩餘的人臉影像投影到由 P' 所組成的 Eigen Space 中，重新再各自產生一組新的表示式 b'_i ，這即是利用二次主成分分析所求出的表示式。

前面所述是 2nd-order PCA 的訓練過程，至於測試過程，測試的原始正規化影像 x_{test} ，先利用式(7) 求出投到 1st-order PCA Eigen Space 的表示

式 w_{test} ，接著利用下式：

$$\hat{x}_{test} = Pb_{test} + \bar{x}, \quad (8)$$

重建出 \hat{x}_{test} ，再求出測試影像的剩餘影像 $\Delta x_{test} = x_{test} - \hat{x}_{test}$ ，再把剩餘影像利用下式：

$$b'_{test} = (P')^T (\Delta x_{test} - \overline{\Delta x}), \quad (9)$$

投到 2nd -order PCA 的 Eigen Sapce 中，得到我們所要測試的 2nd -order PCA 表示式 b'_{test} 。但是在辨識過程中，若只利用 2nd -order PCA 的表示式還是不夠，因為最主要的資訊還是包含在原 PCA 內，所以在辨識人臉影像時，要找出測試的影像 x_{test} 與資料庫中哪一個影像 x_i 比較相近時，則必須參考這兩種方法的距離測量(Distance Measure)方式：

$$D_{2nd-PCA}(x_{test}, x_i) = a_1 \|b_{test} - b_i\| + a_2 \|b'_{test} - b'_i\|, \quad (10)$$

where $i=1 \sim N$ 以及 $a_1+a_2=1$ ，同樣的，也是要從訓練過程裡的兩種表示式中找出與測試的兩種表示式距離和最短的表示式，此表示式相對應的原始影像即是我們所辨識的結果，只是這時的距離公式必須參考到兩種方法所求出來的表示式。

從這兩種方法的比較來看，1st-order PCA 產生的 eigenvectors 可以線性組合而得到 low-passed 的人臉影像，而 2nd -order PCA 線性組合產生的 eigenvectors 則可以看成 high-passed 的人臉影像。所以都是很重要的人臉資訊，我們都可以拿來應用，尤其是用在光線變化與角度變化的人臉辨識上，會得到較佳的辨識率。

2.4 獨立成分分析的表示法

相對於 PCA 是在找出這群資料統計上的主要成分，ICA 顧名思義就是在找出這群資料統計上的獨立成分，這兩種方法都是只要乘上一個轉換矩

陣就可以得到我們所要分析的基底，只是一個是在求主要成分的基底而另一個則是求彼此獨立的基底。但是要使用 ICA 來分析影像的首要條件是分析的資料必須平均為零(Zero Mean)，因此為了方便起見，所有的訓練圖像都是假設已經全部減掉平均值了，[1]則是首先提出將 ICA 的表示式用於人臉辨識，他所強調的 ICA 人臉辨識方式與 PCA 做比較，可以發現在人臉角度跟光線兩種條件改變時的辨識率，會比 PCA 來的精確。而我們也是沿用他的表示方式，以下將敘述我們如何利用這樣的表示式來完成人臉辨識。

同樣假設現在有 N 個已經正規化的圖像 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ，在這裡要先假設這群資料其平均為零，但我們不是直接對這 N 個圖像做 ICA，因為若我們要直接對這群資料求 ICA 的轉換矩陣，那矩陣將會非常的大(維度為 $N \times N$)而且速度會非常慢，所以我們必須對正規化圖像做個前處理的動作，因此利用 PCA 所產生的 K 個 Eigen Vectors $P = [e_1 e_2 \dots e_K]$ 做 ICA，這是因為 PCA 不只可以幫我們降低維度，還因為其保留下來的這 K 個主軸存有原來影像絕大部分的資訊，因此我們可以對 $P = [e_1 e_2 \dots e_K]$ 做 ICA。

其實 PCA 可以是 ICA 的前處理，可以先固定 ICA 轉換矩陣大小為 $K \times K$ ，遠比原先 $N \times N$ 大小的轉換矩陣來的小，所以在這邊的 PCA 有三個作用：

- (1) 降低維度。
- (2) 確定 ICA 轉換矩陣的大小。
- (3) 保有原圖像資訊。

至於要求得 ICA 的轉換矩陣 W 則是利用 Bell 和 Sejnowski 的演算法 [2]，而 ICA 演算法的作用對象是 PCA 的前 K 個 Eigenvectors

$P = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_K]$ ，所以可以式(11)得到獨立基底，圖十則是基底的圖：

$$U^T = WP^T, \quad (11)$$

其中 W (維度 $K \times K$) 就是 ICA 的轉換矩陣， $U = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_K\}$ (維度 $M \times K$) 則是經由 W 轉換 P 而得到的獨立基底，所以 U 中的每一行 u_i 就是我們所要的獨立基底。



圖十 基底影像

如果我們從式(3)推導出所有訓練影像投影到 P 的式子得到：

$$B = P^T X, \quad (12)$$

where $B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]$, $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$ 。再加上由式(11)可以得出

$$P = (W^{-1}U^T)^T = U(W^{-1})^T \quad (13)$$

因此我們要重建影像時 利用 式(4)，再將上面二式(12) (13)帶入而得到：

$$\begin{aligned} \hat{X} &= PB \\ &= U(W^{-1})^T P^T X \\ &= U(PW^{-1})^T X \end{aligned} \quad (14)$$

這時與 PCA 的重建影像方式比較一下，先想像重建的影像是由構成主要成分的 Eigenvectors 的線性組合而來，而 B 則是線性組合的係數矩陣，所以我們將 B 當成辨識時的 PCA 表示式，可以用來代表原始參數；同理，由式(14) 看出重建的影像也可以由獨立的基底 U 線性組合而來，所以透過這樣的關係式，我們將此線性組合的係數矩陣

$$B_{ICA} = (PW^{-1})^T X, \quad (15)$$

每一行當成 ICA 在辨識時的表示式。

至於在測試過程，則是對經過正規化的測試人臉影像經由式(15)的轉換而得到表示式 b_{test_ICA} ，而這裡的辨識方法，是利用距離公式：

$$D_{ICA}(x_{test}, x_i) = \|b_{test_ICA} - b_{i_ICA}\|, \quad (16)$$

來判斷哪一個最相近。

上面所陳述的是 ICA 直接作用於原始的影像，但是 ICA 比較適合作用於非高斯分佈的資料，我們曉得 1st-order PCA 產生的 Eigen Space 比較接近高斯分佈，但是 2nd-order PCA 的所產生的 Eigen Space 則比較不接近高斯分佈，這是因為 1st-order PCA 產生的 eigenvectors 可以線性組合而得到 low-passed 的人臉影像，而 2nd-order PCA 線性組合產生的 eigenvectors 則可以看成 high-passed 的人臉影像，所以若要克服角度跟光線在人臉辨識上的影響，我們必須將 ICA 作用於非高斯分佈的剩餘影像上。

因此在訓練的過程中，ICA 演算法的作用對象必須改成 2.3 節剩餘影像經由式()所求出的 Eigenvectors $P' = [e'_1 e'_2 \cdots e'_{K'}]$ ，可以得到：

$$(U')^T = W'(P')^T, \quad (17)$$

其中 ICA 的轉換矩陣是 W' (維度 $K' \times K'$)，獨立基底 $U' = [u'_1 u'_2 \cdots u'_{K'}]$ (維度 $M \times K'$) 則是經由 W' 轉換 P' 而得到的，所以 U' 中的每一行 u'_i 即是我們所要的獨立基底。

同樣我們也是從式(7) 推導出所有訓練的剩餘影像投影到 P' 的式子得到：

$$B' = (P')^T \Delta X, \quad (18)$$

where $B' = [b'_1 b'_2 \cdots b'_N]$, $\Delta X = [\Delta x_1 \Delta x_2 \cdots \Delta x_N]$ 。再加上由式(17)可以得出

$$P' = [(W')^{-1}(U')^T]^T = U'(W')^{-T}, \quad (19)$$

因此我們要重建影像時 利用 PCA 重建的公式，將上面二式(18) (19)帶入而得到：

$$\begin{aligned}
\Delta \hat{X} &= P'B' \\
&= U'(W')^{-T} (P')^T \Delta X \quad , \\
&= U'(P'W'^{-1})^T \Delta X
\end{aligned} \tag{20}$$

如果再將上式利用 $\Delta X = X - \hat{X}$ 代入，則會得到

$$\begin{aligned}
\Delta \hat{X} &= U'(P'W'^{-1})^T (X - \hat{X}) \\
&= U'(P'W'^{-1})^T [X - U(PW^{-1})^T X] \\
&= U'[(P'W'^{-1})^T - (P'W'^{-1})^T U(PW^{-1})^T] X
\end{aligned} \tag{21}$$

因此由上式，我們可以得到用來線性組合成原影像的係數矩陣

$$B'_{ICA} = [(P'W'^{-1})^T - (P'W'^{-1})^T U(PW^{-1})^T] X \quad , \tag{22}$$

此係數矩陣中的每一行即是 ICA 在辨認時的訓練影像的表示式

$\{b'_{1_ICA}, b'_{2_ICA}, \dots, b'_{N_ICA}\}$ 。

至於在測試過程，則是對經過正規化的測試人臉影像經由式(15)的轉換而得到表示式 b'_{test_ICA} ，而這裡的辨識方法，也是利用距離公式：

$$D_{2nd-ICA}(x_{test}, x_i) = \|b'_{test-ICA} - b'_{i-ICA}\|, \tag{23}$$

來判斷哪一個最相近。

因為 ICA 本身對於角度與光線變化的人臉辨識有較高的辨識率，而剩餘影像的好處是已經先把光線的改變因素給去除了，所以這兩個方法的結合更提高了對於此類人臉辨識的辨識率。

2.5 加入區域特徵擷取

所謂的區域特徵(Local Features)，我們是相對於整張人臉而言，把整張人臉的圖像當成是整體的(Global)，而人臉中比較特殊的特定區域(例如：眼睛、嘴巴、鼻子等)則把他當成是區域(Local)的特徵。

由於我們所要比較的是人臉光線與角度變化的辨識，單就整張人臉來

看，我們發現灰階值會受光線與角度的影響而有極劇的改變，但如果我們只取重要的特徵部位來看，可以發現每個小區域受到光線與角度的影響將會比原先的整張人臉來的小，所以我們特意的把這些區域特徵從整張人臉中擷取出來，在人臉辨識系統的訓練跟測試過程之中取代之之前利用整張人臉分析的方法。

不管在訓練或是測試過程，都是擷取出相同數目 F 個重要的區域特徵，因此在測試過程，我們也同樣對這 N 個經過正規化後的人臉影像 x_i 做區域特徵的擷取，從每張人臉 x_i 中擷取出 F 個重要的區域特徵 $\{x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(F)}\}$ ，並把每個區域特徵的大小都固定為 S ，我們將所有訓練的人臉同一個區域特徵收集在一起 $X^{(f)} = \{x_1^{(f)}, x_2^{(f)}, \dots, x_N^{(f)}\}$ ，所以會有 F 個不同區域特徵的集合，我們將這 F 個集合每一個都獨自直接用 2.5 節的方法訓練，所以在求出的

$$B'^{(f)}_{ICA} = [(P'^{(f)}W'^{(f)-1})^T - (P'^{(f)}W'^{(f)-1})^T U^{(f)} (P^{(f)}W^{(f)-1})^T] X^{(f)} \quad (24)$$

中，每一行即是編號 f 的區域特徵辨認時的表示式，因此每一個測試的人臉影像都會有 F 組不同區域特徵的表示式 $\{b'_{i_ICA}{}^{(1)}, b'_{i_ICA}{}^{(2)}, \dots, b'_{i_ICA}{}^{(F)}\}$ 。

至於在測試過程，同樣的我們也要對已經正規化的測試圖像擷取出 F 個區域特徵 $\{x_{test}^{(1)}, x_{test}^{(2)}, \dots, x_{test}^{(F)}\}$ ，每個區域特徵也由 2.5 節的方法得到表示式 $b'_{test_ICA}{}^{(f)} = [(P'^{(f)}W'^{(f)-1})^T - (P'^{(f)}W'^{(f)-1})^T U^{(f)} (P^{(f)}W^{(f)-1})^T] x_{test}^{(f)}$ ，所以測試圖像

部分有 F 個不同區域特徵的表示式 $\{b'_{test_ICA}{}^{(1)}, b'_{test_ICA}{}^{(2)}, \dots, b'_{test_ICA}{}^{(F)}\}$ 。

最後在辨識的過程，我們也有一個計算距離的方法：

$$D(x_{test}, x_i) = c_1 \|b'_{test_ICA}{}^{(1)} - b'_{i_ICA}{}^{(1)}\| + c_2 \|b'_{test_ICA}{}^{(2)} - b'_{i_ICA}{}^{(2)}\| + \dots + c_F \|b'_{test_ICA}{}^{(F)} - b'_{i_ICA}{}^{(F)}\|, \quad (25)$$

where $c_1 + c_2 + \dots + c_F = 1$ ，用此式子來找出與測試影像最相近的訓練影像。

2.6 整合方式

這篇論文所有訓練與測試的影像都是利用區域特徵的影像來代替整張人臉，雖然原先只要利用一張人臉的影像即可以代表一個人，但是本實驗中所選的區域特徵大小加總並不會大於整張人臉的影像，再加上訓練時，我們是採用每個區域特徵獨立分析，最後於相似度的測量時再合併一起計算，所以不管是記憶體空間或是處理速度都相對比原先整張人臉的辨識來的小與快。

也因為我們利用個別的區域特徵來分析，因此可以把每個區域特徵想像成一張影像來處理，不管是哪一種利用整張人臉的辨識方法，我們都可以加以利用於區域特徵上，而最大的好處則是表示式的取得可以利用已經簡化過的公式來求得，最後在辨識時也只要對每個區域特徵的表示式做一個整合計算的動作如式(25)。而其結果則是我們可以用以辨識人臉的方法。

除了將區域特徵整合於主要的分析方法之內，另外一個整合的重點則是可以將各種表示法的距離測量混合計算，也就是將每一個分析法的距離乘上一個權重(Weight)。因此在本論文中，雖然我們的方法是利用區域特徵的獨立成分分析，但是在整個系統流程中，我們會得到三個不同辨識方法的表示式，因此可以將這三種表示式利用權值加總方式來求其，分別是主成分分析、二次主成分分析、及獨立成分分析於剩餘影像。由於從我們的實驗方法中可以發現，每一張區域特徵的影像都可以得到這三組方法的表示式，所以我們便對每個辨識法給定權重，最後用這整合權重的方法找出測試與訓練影像距離最短的表示式。

2.7 相似度計量(Similarity Measure)

本論文中每一種分析法的表示式都是利用距離測量公式來當成相似度的計量工具，而且前面幾個章節中也分別敘述過單一辨識法的表示式如何做相似度測量，而這裡所要陳述的則是由於我們的方法如同 2.7 節所說是整合的方法，所以在相似度的測量上也要有一個整合的方法。

在區域特徵方面如式所列，我們可以用一個簡單的式子來表示：

$$D(x_{test}, x_i) = c_1 D^{(1)}(x_{test}, x_i) + c_2 D^{(2)}(x_{test}, x_i) + \dots + c_F D^{(F)}(x_{test}, x_i), \quad (26)$$

where $c_1 + c_2 + \dots + c_F = 1$ ， $D^{(f)}(x_{test}, x_i)$ 表示第 f 個區域特徵的測試與訓練影像表示式的距離，因為在本實驗當中，我們認為每一個區域特徵都佔相同的重要性，而且每個區域的大小都是一樣，所以根據這樣的假設，我們令 $c_1 = c_2 = \dots = c_F = 1/F$ 。

至於在 2.7 節所提到的辨識方法之間的整合，可以下式來加以解釋：

$$D(x_{test}, x_i) = a_1 D_{PCA}(x_{test}, x_i) + a_2 D_{2nd-PCA}(x_{test}, x_i) + a_3 D_{ICA}(x_{test}, x_i), \quad (27)$$

where $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ ，而這幾個參數的給定有很多種方式，本篇論文所使用的方式則是利用個別表示式所佔原影像資訊成分的倒數來當個別權重的給定，例如原先的 PCA 若是只有取前 40% 的 Eigenvectors 來重建影像，表示則 $a_1 = 1/0.4$ ，而 2nd-order PCA 則還保留 60% 的影像資訊，但是我們在利用 2nd-order PCA 時也是如同 PCA 一樣取前幾個 Eigenvectors，如果這部分我們選擇 90% 的影像資訊，則 2nd-order PCA 只保留了 $90% * 60% = 54%$ 的原來影像資訊，因此 $a_2 = 1/0.54$ ，而 ICA 部分由於實驗所作用的資料是 2nd-order PCA 所產生的 Eigenvectors，所以保留的影像資訊跟 2nd-order PCA 的影像資訊是一樣的，因此 $a_3 = 1/0.54$ 。

但是本論文中並不把 2nd-order PCA 所產生的 Eigenvectors 考慮進

來，因為 ICA 與 2nd -order PCA 所作用的對象一樣，所以只能考慮其中一種表示式，因此這邊我們設定 $a_2 = 0$ ，最後再將這權重值的和正規化為 1。我們就是用這些權重值來整合整個系統。



第三章 實驗設計與結果分析

3.1 軟硬體設備

本論文的所有實驗都在配備為 CPU : P4-2.4G 記憶體 : 512MB 的個人電腦上執行，作業系統則是 Win2000，開發程式利用 Visual C++ 6.0。

3.2 資料庫

資料庫利用 FERET 資料庫，加上實驗室成員的人臉圖像，不管是在訓練影像或是測試影像皆分為光線及角度兩種集合，在光線部分每個人有三張訓練影像，在角度部分每個人也是有三張訓練影像，至於測試的影像則沒有一個人需要幾張的限制，所有的張數如表一所示。

表一 實驗用資料庫

	訓練影像(總數：1705)		測試影像(總共：2735)	
	光線	角度	光線	角度
FERET 資料庫	1005	1005	1275	1410
實驗室資料庫	0	30	0	50

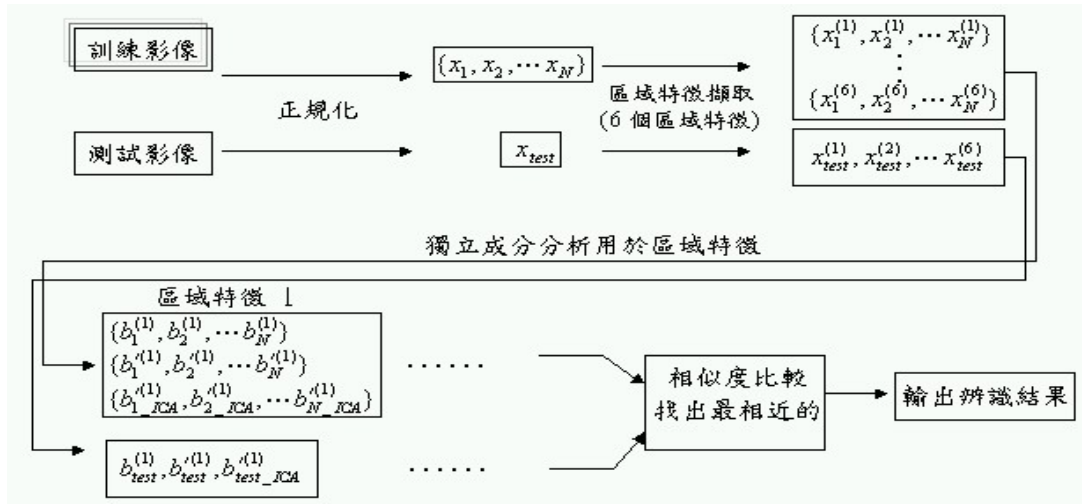
下圖則是光線及角度變化的圖像，光線的影響是整張圖像為主，而角度的變化則是約為 $-10^{\circ} \sim +10^{\circ}$ 。



圖十一 FERET 人臉資料庫(a)光線變化 (b)角度變化

3.3 實驗流程

如圖十二所示為此篇論文實驗的流程，也如同一般的人臉辨識系統，分成訓練與測試兩大部分，



圖十二 實驗系統流程圖

3.3.1 人臉圖像正規化

實驗圖像的正規化包含了 Affine Transform, 加上 Mask, 以及色階均化(Histogram Equalization)這三個步驟，而且所有實驗中的訓練與測試影像都須先做到這些步驟，才能進行分析，以下就這三步驟簡要介紹。

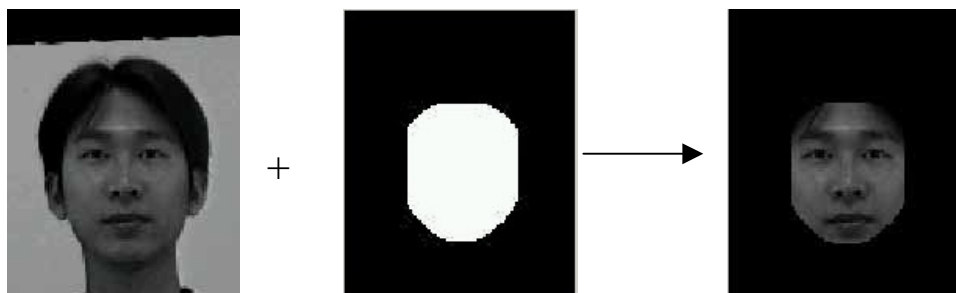
Affine Transform：在本實驗中只有利用兩個座標點的 Affine Transform，這兩個座標點的選取是以原始影像中人臉左右兩個眼睛的瞳孔正中央為基準，不管原始影像多大或是何種色彩，都將之轉換到實驗所訂定之 125×100 的樣版圖像大小，而且是灰階圖像，其轉換後的圖像如圖十三所示。



圖十三 經過 Affine Transform 的圖像

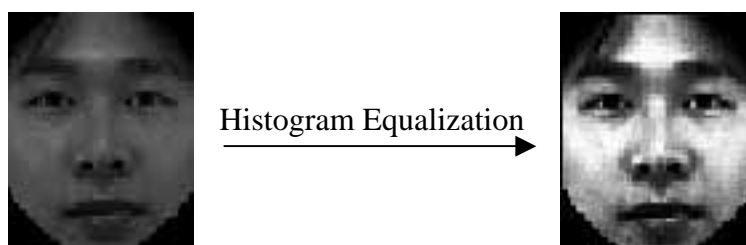
由於在前面章節有敘述到人臉偵測其實是人臉辨識系統的第一步，圖十三中左邊原始圖像的兩個紅色十字即是瞳孔正中央位置，原本必須利用自動偵測人的眼睛來找出這兩個座標點，但此篇論文的重點是在辨識方法上，因此為了辨識上的精確，在訓練的影像正規化第一步驟是用手動的方法找出訓練影像瞳孔正中央位置，並利用這兩個參考點，轉換至樣板所設定的眼睛位置，這樣板圖像我們是設定為 125×100 大小的灰階 JPEG 圖像。至於測試影像部分，實驗中是利用實驗室已研發出的人臉自動偵測系統抓取眼睛瞳孔的位置，因此除了抓取眼睛位置的方法不一樣之外，轉換的方法跟訓練影像相同。

加上 Mask: 將已經過 Affine Transform 的圖像加上同樣影像大小的 Mask，藉此把對應 Mask 黑色部分其值改變為 0，對應 Mask 白色部分其值不變，如下圖十四所示，這個步驟的最主要目的是要去除掉背景環境及頭髮等不規則變化的因素。



圖十四 加上 Mask 的影像

色階均化(Histogram Equalization)：將圖十四的人臉部分擷取出來如圖十五的左圖，再對這擷取出來的圖像做色階均化，可以將原本太亮或太暗的圖像給修正，讓對比不致太大，如圖十五所示：



圖十五 對人臉區域做色階均化

而最後所得到的整張人臉圖像，如圖十五的右圖即是我們做完正規化的圖像，如果利用這樣的圖像來作辨識，我們稱之為全域(Global)的辨識方法，但是在本篇論文的實驗中，我們並不是利用整張的人臉來做辨識，我們還必須對經過正規化後的人臉圖像做區域特徵擷取的一個步驟，將這些區域特徵當作是我們的輸入資料。

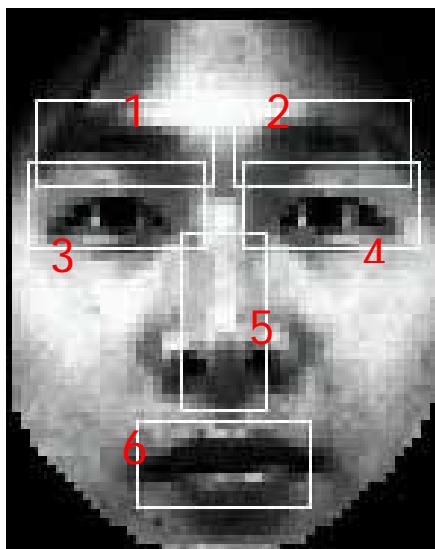
3.3.2 區域特徵擷取

在本實驗中是對已經正規化的人臉擷取出 6 個區域特徵，其大小及編號如表二所示：

表二 區域特徵的大小

	(1)左眉 毛	(2)右眉 毛	(3)左眼	(4)右眼	(5)鼻子	(6)嘴巴
長度	20	20	20	20	10	20
高度	10	10	10	10	20	10

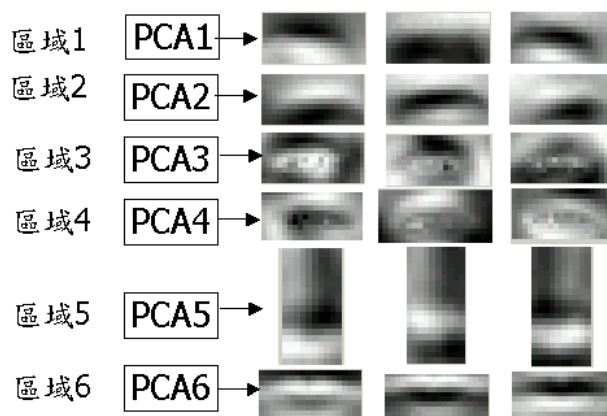
下圖則秀出我們如何選取區域特徵



圖十六 臉部區域特徵分割

3.3.3 訓練過程

所有的區域特徵影像正規化再轉成直式向量後，將每一個不同區域特徵集合皆利用 PCA 求出所有由大至小排列的 Eigenvalue 及相對應的 Eigenvectors，因此本實驗共有 6 組 PCA，如圖十七所示。



圖十七 各區域特徵集合所求出的前 3 個 Eigenvectors

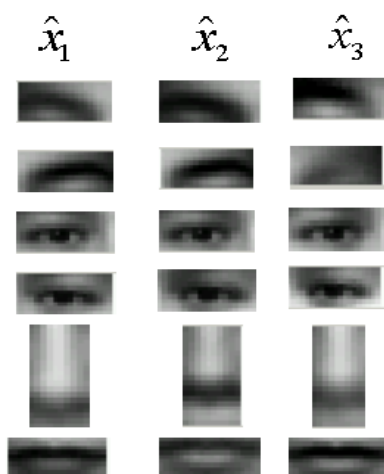
因為在本論文實驗中有兩種取得前 α 個 Eigenvectors 的方法，第一種是取固定個數的方法，實驗中取了 $\alpha = 4$ ，因此六種區域特徵在重

建時都是利用前 4 個 Eigenvectors 來重建；至於另外一種取固定百分比的方法，則是如下表所列的方式，每個區域特徵所取的 α 都不盡相同。

表三 α 個數列表

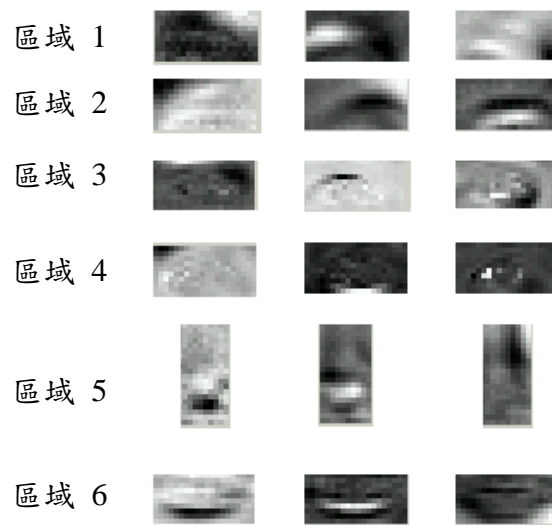
	40%	50%	60%	70%
區域 1 $\alpha =$	2	3	3	4
區域 2 $\alpha =$	2	2	3	4
區域 3 $\alpha =$	2	3	5	8
區域 4 $\alpha =$	2	3	5	9
區域 5 $\alpha =$	2	3	4	5
區域 6 $\alpha =$	3	4	5	6

訂定好各個重建的個數後，我們將這 6 個區域特徵集合每一個都獨自利用這 α 個 Eigenvectors 重建影像，重建的影像如圖十八：



圖十八 各區域特徵集合的重建影像

將原始影像減去重建的影像而得到剩餘影像，同樣將剩餘影像根據其區域特徵的集合再用 6 組不同 PCA 求出由大至小排列的 Eigenvalue 及相對應的 Eigenvectors，並將這求出的 Eigenvectors 取前 90% 的變異量，當成實驗中 ICA 處理的資料，而所求出的獨立基底如圖十九所示：



圖十九 ICA 所求得各區域特徵集合的 3 個獨立基底

以上這些步驟都是根據第二章的方法來訓練，最後再將原始影像投入 PCA 求出表示式，再將剩餘影像投入 2nd-order PCA 及 ICA 中求出表示式，因此可以得出每個區域特徵會有 3 組不同的表示式，再加上共有 6 個區域特徵，所以每張人臉影像會對應 18 個表示式，訓練的過程就是再求得這些表示式，並不需要考慮訓練的時間。

3.3.4 測試過程

至於在測試過程，我們利用光線及角度不同變化的影像來測試比較，藉此比較哪一種方法比較好，同樣的每張測試的人臉影像都可以由先前訓練而得的轉換式求得表示式，所以也是有 18 個表示式。最後將這些表示式利用式(26)及式(27)的測量方法加以計算測試影像與訓練影像之間的距離，本實驗中取距離和最少者為最接近的兩張人臉影像，因此而輸出辨識的結果。

3.4 實驗結果

我們用了 3 種辨識方法來做比較：PCA 用於區域特徵、2nd -order PCA 用於區域特徵、ICA 用於區域特徵。

表四 ICA 用於區域特徵與其他方法用於區域特徵的測試正確率比較

正確率	光線變化影像	角度變化影像	正常影像
PCA 用於區域特徵	42% (535/1275)	57% (832/1460)	75% (592/790)
2nd-order PCA 用於區域特徵	72% (918/1275)	66% (963//1460)	81% (1182/1460)
ICA 用於區域特徵	81% (1032/1275)	83% (1211//1460)	85% (1241/1460)

從表四可以發現本論文的方法在光線及角度影響的影像辨識正確率優於另外兩種方法，這也符合了 ICA 適用於有光線以及角度變化的人臉影像辨識，而 PCA 是這三種方法裡面最差的，但是若從正常影像的辨識率比較來看，雖然利用本論文的方法於一般正常影像的辨識率也是最高的，但與另外兩個方法並無太大的差距。因此推論本論文的方法在光線及角度變化的影像上會相對於另兩個方法得到最佳的辨識率。

會得到這樣的結果是因為原本 PCA 本身是接近高斯的模型，但是光線及角度變化的人臉影像則是偏離高斯模型，因此當我們利用剩餘的影像也等同於去除掉原資料內高斯模型的部分，所剩下的即是非高斯模型的資料，而 ICA 所分析的資料則是適合這樣非高斯模型的資料，因此本實驗的方法在光線及角度變化的影像上，相對於其他方法可以得到較佳的辨識率。

第四章 結論

本篇論文中提出了將獨立成分分析應用於區域特徵的人臉辨識系統，在資料的輸入不是利用整張的人臉影像，而是必須先經過正規化的處理，再將人臉的特徵區域擷取出來當成實驗中的輸入資料，這樣的幾個步驟是在有效降低些微光線以及小角度對輸入影像的影響。因為主成分分析在人臉辨識上的弱點即是辨識的圖像如果有光線及角度變化，只要是處理這類的影像資料，會使得辨識率比辨識一般正常的影像差的許多，但是主成分分析仍然有可以應用的地方包括了降低維度以及保有原影像的資訊，所以我們可以加以利用這些優點。至於二次主成分分析則是彌補了主成分分析在這類資料上的不足，但是其所辨識出來的結果也不是太理想，因為剩餘的資料是屬於非高斯模型的資料，若再用高斯模型的主成分分析再一次分析，能改進的效果很有限，因此本篇論文的方法是將獨立成分分析應用於區域特徵上，則是利用了獨立成分分析適合分析非高斯模型資料的特性，而由實驗數據更可以看出其有最佳的辨識率。

另外，在本論文中與其他方法不同的是我們考量了相似度的測量方面，實驗中總共參考了十八個表示式，並且可以有效給定每一個加權值，而這些加權值都是根據資料而可以事先求得，所以測試與訓練影像之間的距離和是這些表示式距離混合加總的結果，這可以得到更精確的辨識率。

至於本論文中未來可以改進的部分則是我們所利用的測量方法是採用最單純的歐式空間距離計算方法，希望可以再利用其他更佳的距離計算方式來改進辨識率。

參考文獻

- [1] M.S. Bartlett and T.J. Sejnowski, "Independent component representations for face recognition," SPIE Conf. On Human Vision and Electronic Imaging III, vol. 3299, pp. 528-539, San Jose, Jan. 1998. Recently appeared in M.S. Bartlett, J.R. Movellan and T.J. Sejnowski, "Face recognition by ICA," IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 13, no. 6, Nov. 2002.
- [2] P. Belhumeur, P. Hespanha, D. Kriegman, "Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Volume: 19 Issue: 7, July 1997 Page(s): 711-720.
- [3] A. Bell and T. Sejnowski, "An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution," Neural Computation 7, Nov 1995, Page(s): 1129-1159.
- [4] D.J. Beymer, "Face recognition under varying pose," In Proceedings IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, Seattle, WA, 1994, Page(s): 756-761

- [5] S.M. Bileschi, B. Heisele, "Advances in component-based face detection," in: Proc. of Pattern Recognition with Support Vector Machines, First International Workshop, SVM 2002, Niagara Falls, 2002, Page(s): 135-143.
- [6] R. Brunelli, T. Poggio, "Face recognition: features versus templates," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 15, no. 10, 1993, Page(s):1042-1052.
- [7] L. Chen, H. Liao, M. Ko, J. Lin, and G. Yu, "A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem," Pattern Recognition, Vol. 33, no. 10, 2000, Page(s): 1713-1726.
- [8] P. Comon, "Independent component analysis – a new concept?," Signal Processing 36, 1994, Page(s):287-314.
- [9] K. Etemad, and R. Chellappa, "Discriminant Analysis for Recognition of Human Face Images," J. Opt. Soc. Amer. A, Vol. 14, 1997, Page(s): 1724-1733.
- [10] B. Heisele, P. Ho, and T. Poggio, "Face Recognition with Support Vector Machines: Global versus Component-based Approach," In Proc. IEEE International Conference on Computer Vision, Vol. 2, 2001, Page(s): 688-694

[11] B. Heisele, T. Poggio, M. Pontil, "Face detection in still gray images," AI Memo 1687, Center for Biological and Computational Learning, MIT, Cambridge, MA, 2000.

[12] J. Huang, V. Blanz, B. Heisele, "Face recognition using component-based svm classification and morphable models," in: Proc. of Pattern Recognition with Support Vector Machines, First International Workshop, SVM 2002, Niagara Falls, 2002, Page(s): 334-341.

[13] H. Kim, D. Kim, S. Bang, "An efficient model order selection for PCA mixture model." Pattern Recognition Letters 24(9-10): (2003), Page(s): 1385-1393.

[14] H. Kim, D. Kim, S. Bang, "Face Retrieval Using 1st- and 2nd-order PCA Mixture Model," International Conference on Image Processing, Rochester, New York, Sept. 2002. Page(s): 391-400.

[15] S. Lawrence, P. Yianilos, I. Cox, "Face recognition using mixture-distance and raw images," Proceedings of the International Conference on IEEE System, Man, and Cybernetics, 1997, Page(s): 2016-2021.

[16] B. Moghaddam, and A. Pentland, "Probabilistic visual learning for object representation," IEEE Trans. On PAMI, vol. 19, no. 7, July, 1997, Page(s): 696-710.

[17] C. Nakajima, M. Pontil, T. Poggio, "People recognition and pose estimation in image sequences," Proc. IEEE-INNS-ENNS International Joint Conf. On Neural Networks, 2000, Vol. 4, Page(s): 4189-4195.

[18] H. O'Toole, Abdi, K. Deffenbacher, and D. Velantin, "Low-dimensional representation of faces in higher dimensions of the face space.," Journal of the Optical Society of America A 10(3), Page(s): 405-411, 1993.

[19] M. Turk and A. Pentland, "Eigenfaces for recognition," J. Cog. Neurosci. 3(1), Page(s): 71-86, 1991.